２０２５年度入学試験問題

数　　　学

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ・数学Ｃ）

注　　　意

1　問題冊子は１冊（２ページ），解答用紙は４枚，下書き用紙は３枚です。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙の受験番号記入欄２箇所に受験番号を正しく記入しなさい。

4　解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また，答えだけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。

5　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数　学（数学I・数学II・数学III・数学A・数学B・数学C）

1

以下の問いに答えよ。

(1) 方程式

$$3x + 11y = 1$$

の整数解の1つを求めよ。

(2) 方程式

$$3x + 11y = 1000$$

の整数解をすべて求めよ。

(3) 自然数 x, y が (2) の方程式を満たすとする。$|x - y|$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ。

2

xyz 空間における4点 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$，$\mathrm{A}(n, 0, 0)$，$\mathrm{B}(0, n, 0)$，$\mathrm{C}(0, 0, 2n)$ を頂点とする四面体 OABC を考える。ただし，n は2以上の整数とする。以下の問いに答えよ。

(1) 四面体 OABC を平面 $x = k$ で切ったとき，断面として現れる三角形 T_k のすべての頂点の座標を求めよ。ただし，k は整数で $1 \leqq k \leqq n - 1$ とする。

(2) (1) の三角形 T_k の内部に含まれ，y, z 座標がいずれも整数となる点の個数を n, k を用いて表せ。ただし，辺および頂点は内部に含まれないとする。

(3) 四面体 OABC の内部に含まれ，x, y, z 座標がいずれも整数となる点の個数を n を用いて表せ。ただし，面，辺，および頂点は内部に含まれないとする。

3

xy 平面上に点 O$(0, 0)$，A$(4, 0)$ と，円 $C : x^2 + y^2 = 4$ 上を動く点 P(a, b) があるとする。各点 P に対して，線分 AP の垂直二等分線を ℓ_{P} とする。以下の問いに答えよ。

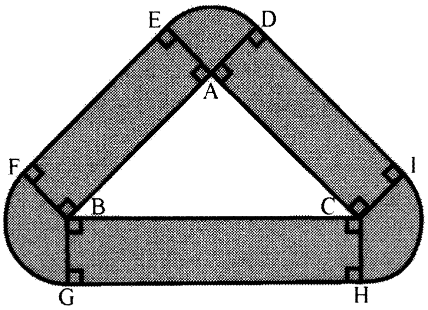
(1) 直線 ℓ_{P} の方程式を求めよ。

(2) 直線 OP と ℓ_{P} が平行であるとき，P の座標を求めよ。

(3) 直線 OP と ℓ_{P} が交点をもつとき，交点 Q の軌跡の方程式を求め，さらにその軌跡を図示せよ。

4

下図のように，三角形 ABC の外側で頂点または辺上の点からの距離が 1 以内にある，長方形および扇形からなる領域を Z とする。さらに，$\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 3$ とし，$\angle\mathrm{ABC} = \theta$ とおく。また，Z の面積を S_1 とする。以下の問いに答えよ。



(1) S_1 を求めよ。

(2) 三角形 ABC の内接円の半径 $r(\theta)$ を求めよ。

(3) $0 < \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ のとき，(2) の $r(\theta)$ の最大値を求めよ。

(4) (2) の内接円の面積を S_2 とする。$0 < \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ のとき，$S_1 > S_2$ を示せ。