

数学（数学 I・数学 II・数学 A・数学 B・数学 C）

（解答の過程，証明は一義的に示せないため省略します。また，解答の表現は他にもあります。）

1

【出題意図】

(1) はベクトルを平面図形の問題に応用し，交点の位置ベクトルを求める問題である。

(2) はベクトルの大きさと内積の基本的性質を活用し，最後に不等式を解く問題である。

【解答例】

(1)

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1-t}{2-t}\vec{a} + \frac{t}{2-t}\vec{b}.$$

(2)

$$0 < t \leq \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

2

【出題意図】

平面上の点の移動の確率に関する問題である。(1)，(2)，(3) では問題設定を理解して各条件の確率を適切に求められるかを記述式で問い，(4) ではその誘導に従って，条件に合う確率を求めるという思考力・論述力を問う問題である。

【解答例】

(1) $1/9$

(2) $4(1/36)^n$

(3) $(1/6)^n$

(4) $4\{(1/6)^n - (1/36)^n\}$

3

【出題意図】

(1) は 3 項間漸化式をその階差数列の 2 項間漸化式に帰着し，その階差数列の一般項を求める問題である。

(2) は階差数列から元の数列の一般項を求める問題である。

(3) は数列の和を求める問題である。

【解答例】

(1)

$$b_n = 4^n$$

(2)

$$a_n = \frac{4^n - 1}{3}$$

(3)

$$T_n = \frac{3n-1}{27} \cdot 4^{n+1} - \frac{n(n+1)}{6} + \frac{4}{27}$$

4

【出題意図】

二次曲線および面積に関する問題である。問題文から図形的状況を的確に読み取り、条件を数式化して処理する力と、図形に囲まれた部分の面積を積分によって求める計算力を問う。

【解答例】

(1) PQ の傾きは $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 。L の傾きは $\sqrt{3}$ 。

(2) $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{2}\right)$

(3) $\frac{32\sqrt{3}}{27}$