

岡山大学大学院自然科学研究科
平成24年度博士前期課程(2次)入学試験問題
機械システム工学専攻システム系

数 学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2. 問題用紙は4枚ある。
3. 解答用紙は、数学([1])、数学([2])、数学([3])、数学([4])の4枚および下書き用紙1枚の計5枚ある。
4. 解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号、氏名を記入すること。
5. 解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
6. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に記入していることを書いておくこと。

平成24年1月20日
岡山大学大学院自然科学研究科
機械システム工学専攻システム系

数 学

[1] 問い(1), (2)に答えよ.

(1) 次の積分を求めよ.

$$\int_0^1 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$$

(2) β 関数 $\beta(p, q)$ は式 (A) で与えられる.

$$\beta(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx \quad (\text{A})$$

p, q を正の整数とするとき, 式 (B) が成り立つことを証明せよ.

$$\beta(p, q) = \frac{(p-1)!(q-1)!}{(p+q-1)!} \quad (\text{B})$$

数 学

[2]以下の問い(1), (2)に答えよ.

(1)行列 A を $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -3 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ とするとき, 次の連立一次方程式の解 $\begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ を A の逆行列を用いて求めよ.

$$\begin{aligned} w + 2x - z &= a \\ -3w - 5x + y + 2z &= b \\ w + 3x + 2y - 2z &= c \\ 2x + y - z &= d \end{aligned}$$

(2)次の n 次正方行列の行列式の値を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1-x & 1 & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ 2 & 2-x & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 3 & 3 & \ddots & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ n-1 & n-1 & \cdots & n-1 & n-1-x & n-1 \\ n & n & \cdots & \cdots & n & n-x \end{pmatrix}$$

数 学

[3] $y(t)$ を t の関数として、適宜、単に y と表記する。このとき、次の方程式の解を求めよ。ただし、 \log は自然対数を表す。

$$(1) y'' + y = \sin t, y(0) = 1, y'(0) = \frac{3}{2}$$

$$(2) y^{-1}y' - 2\log y = e', y(0) = e$$

数 学

[4] 問い(1)–(3)に答えよ。

(1) x_n ($n=0, 1, 2, 3$) を元のデータ, X_n ($n=0, 1, 2, 3$) を, x_n の DFT (Discrete Fourier Transform) の結果とする. 4点 DFT は行列 D を用いると次式で表される. 行列 D を求めよ.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(2) t, ω をそれぞれ時間, 角周波数, $f(t)$ のフーリエ変換を $X(\omega)$ とする. 式を用いてフーリエ変換の周波数推移則を説明し, これを証明せよ.

(3) 次の関数の逆ラプラス変換を求めよ.

$$\frac{1}{(s+1)^5}$$